Демонстрационный вариант ЕГЭ 2018, 2019 г. – задание №16. Докажите, что прямые *AD* и *BC* параллельны. Найдите площадь треугольника.

Две окружности касаются внешним образом в точке *K*. Прямая *AB* касается первой окружности в точке *A*, а второй — в точке *B*. Прямая *BK* пересекает первую окружность в точке *D*, прямая *AK* пересекает вторую окружность в точке *C*.

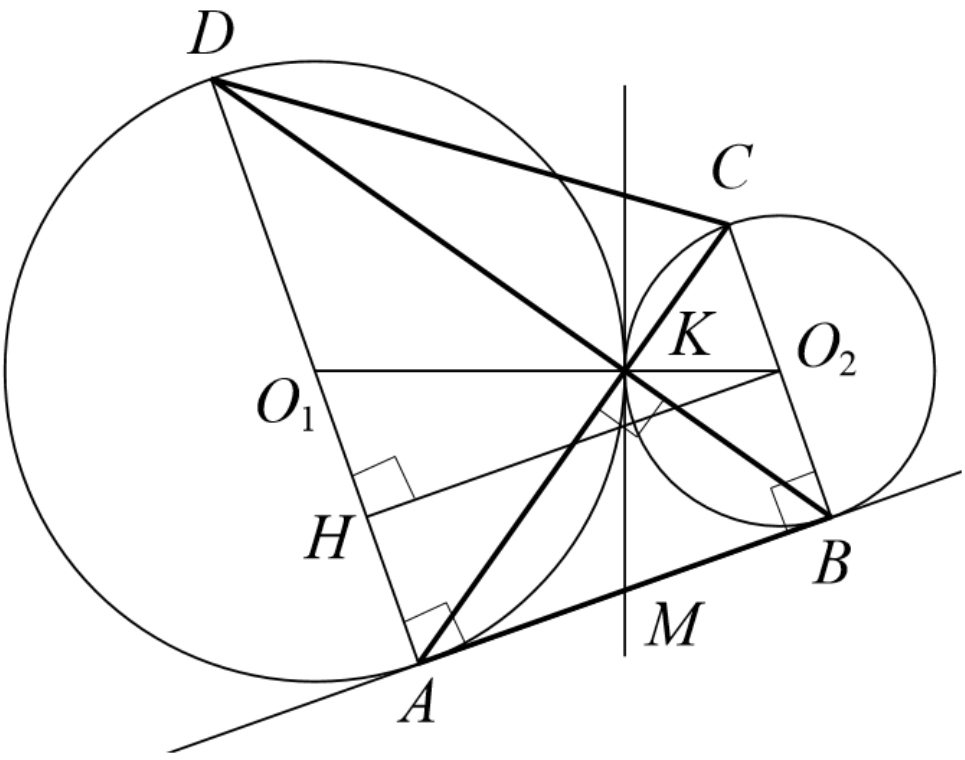
а) Докажите, что прямые *AD* и *BC* параллельны.

б) Найдите площадь треугольника *AKB*, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение:

а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно.

Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке , *K* пересекает *AB* в точке *M*. По свойству касательных, проведённых из одной точки, *AM=KM* и *KM=BM* Треугольник *AKB*, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный.



Вписанный угол *AKD* прямой, поэтому он опирается на диаметр . *AD* Значит, . *AD*⊥ *AB* Аналогично, получаем, что . *BC*⊥ *AB* Следовательно, прямые *AD* и *BC* параллельны.

б) Пусть, для определённости, первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, . Пусть $S_{BKC} = S$, тогда

$S_{AKD} = 16S$

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно, , то есть $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции ABCD равна 25S.
Вычислим площадь трапеции ABCD. Проведём к AD перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1 :

Тогда

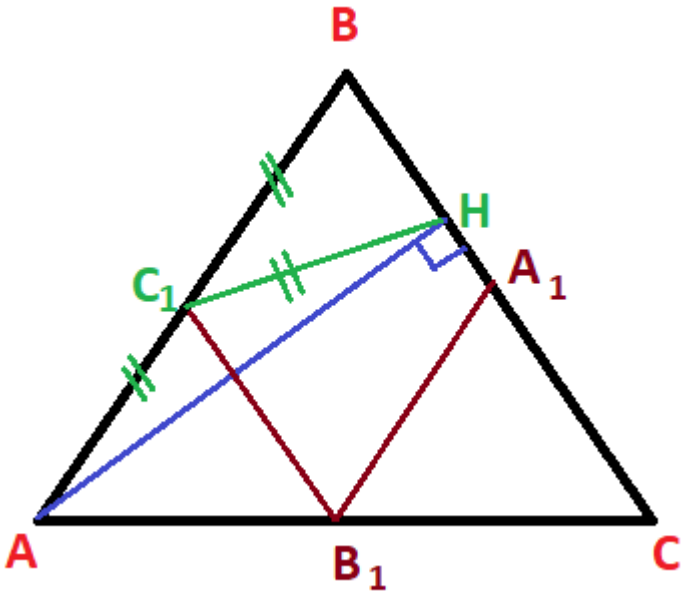
Следовательно, 25S = 20, откуда S = 0,8 и $S_{AKB} = 4S = 3,2$.

Ответ: 3,2

Досрочный вариант ЕГЭ по математике 2017 профильный уровень задание №16

В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, ∠BAC = 60°, ∠BCA = 45°.
а) Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H , если BC = 2 3 .

Решение:



1) теорема: **медиана**, **проведенная** из вершины **прямого угла**, **равна** половине гипотенузы.

Δ ABH; C_1H — медиана

$HC_1=BC_1=AC_1=AB/2$

2) теорема: **Средняя линия треугольника** (параллельна **одной из его сторон) равна половине** этой **стороны**.

$A_1B_1=AB/2$

$A_1B_1= HC_1$

3) B_1C_1 — средняя линия

B_1C_1 // BC

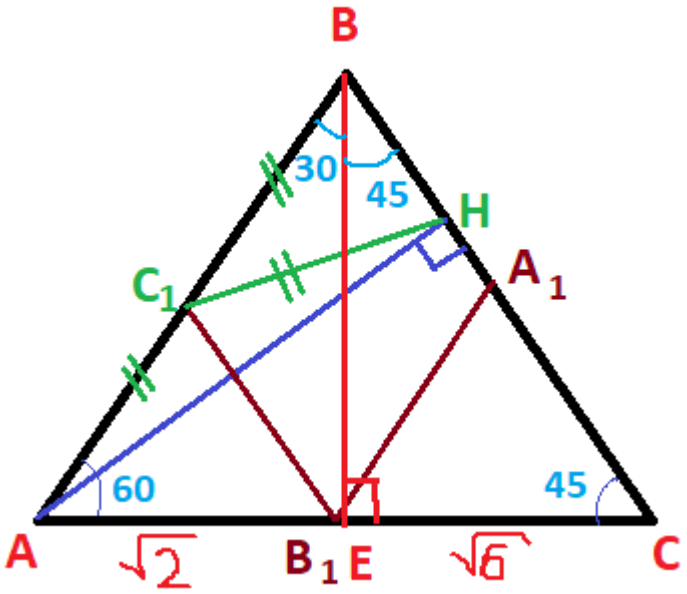
4) теорема: если около трапеции можно описать окружность, то эта трапеция равнобедренная

$A_1B_1C_1H$ — равнобокая трапеция

т.к. C_1B_1 // HA_1

$C_1H=B_1A_1$

б)



1) $BE \perp AC$

2) $EC = BC$

$\cos \angle EBC = BE/BC$

$BE = BC \cdot \cos \angle EBC$

$BE = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}/2 = \sqrt{6}$

3) ΔAEB

$tg30 = AE/BE$

$AE = BE \cdot tg30$

$AE=\sqrt{6} \cdot 1/\sqrt{3} = \sqrt{2}$

$AC = \sqrt{2} + \sqrt{6}$

ΔAHC

$\cos 45 = CH/AC$

$CH = (\sqrt{2} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{2}/2$

$CH = \sqrt{3} + 1$

$A_1H = CH — BC/2$

$A_1H = \sqrt{3} + 1 — \sqrt{3}$

$A_1H = 1$

Ответ: 1

Примеры заданий №16 ЕГЭ 2017 Профиль.

скачать

Примеры заданий №16 с решениями ЕГЭ 2017 Профиль.

скачать