

Масштабная утечка заданий ЕГЭ по математике подтвердилась
Масштабная утечка заданий ЕГЭ по математике подтвердилась. К сожалению, экзаменационные задания, попавшие ко мне вчера, оказались подлинными. Школьники из Дальнего Востока, Сибири, Центра, Петербурга, Москвы сообщают, что сегодня на экзамене у них были встречались именно эти задания. Не одно или два — в сборке 30 (!) прототипов каждого из самых трудных заданий 13-18 экзаменационного варианта. По-разному составляя их друг с другом и меняя в заданиях числовые данные, можно получать сотни экзаменационных задач, которые и оказались на экзамене. (https://vk.com/boxdd?w=wall36288_9613)

В самых разных группах, беседах, комментариях школьники пишут, что эти задания ходили по сети почти неделю. Они были много раз перепечатаны, переписаны, набраны на компьютерах. Трудно даже представить, сколько тысяч человек знало задания заранее. Но точно можно сказать, что за их решение должны будут выставить 16 «первичных» баллов, что соответствует 74 баллам по стобальной шкале. Этого уровня обычно достигает всего несколько процентов сдающих.

Понимаете, это всё перечёркивает. Экзамены не могут быть «почти честными». Они либо честные, честные для всех, либо к ним нет доверия, нет ни у кого. Либо все знают, что экзаменационных заданий в интернете нет, либо все знают, что они там есть. Либо всё общество так устроено, что в школе надо учиться, а в вузы поступают умные и честные, либо успех — это купить в интернете украденные задания за неделю до экзамена и прорешать их с репетитором.

Я ничего для этого не делаю, но последние лет 10 у меня лично задания ЕГЭ и ОГЭ появляются заранее. Все эти годы я задаю один и тот же вопрос — не пора ли ответственным лицам меры принять?

<https://vk.com/@boxdd-utechka-zadanii-ege-po-matematike-podtverdilas>

Дмитрий Дмитриевич Гущин

$$13.1. \cos x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = \sqrt{3} \sin 2x, \left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$$

$$13.2. \sqrt{6} \sin x + 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x - \sqrt{3}, \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$13.3. \sqrt{6} \cos x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = \sin 2x, \left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$13.4. \cos x + \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = \sin 2x, \left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$$

14. В цилиндре на окружности нижнего основания отмечены точки A и B , на окружности верхнего основания отмечены точки B_1 и C_1 так, что BB_1 является образующей, перпендикулярной основаниям, а AC_1 пересекает ось цилиндра.

- а) Докажите, что прямые AB и B_1C_1 перпендикулярны
 б) Найдите угол между прямой AC_1 и BB_1 , если $AB=3$, $B_1C_1=4$, $BB_1=1$
 (варианты: площадь боковой поверхности цилиндра, площадь полной поверхности цилиндра, объем цилиндра, расстояние между прямыми BB_1 и AC_1)

$$15.1. \log_2(x-1) + \log_2\left(x^2 + \frac{1}{x-1}\right) \leq 2\log_2\left(\frac{x^2+x-1}{2}\right).$$

$$15.2. 2\log_2(x\sqrt{3}) - \log_2\left(\frac{x}{x+1}\right) \geq \log_2\left(3x^3 + \frac{1}{x}\right).$$

$$15.3. 2\log_2(x) + \log_2\left(x + \frac{1}{x^2}\right) \leq 2\log_2\left(\frac{x^2+x}{2}\right).$$

$$15.4. \log_2(x-1) + \log_2\left(2x + \frac{4}{x-1}\right) \geq 2\log_2\left(\frac{3x-1}{2}\right).$$

16.1 Окружность проходит через вершины A , B и D параллелограмма $ABCD$. Эта окружность пересекает BC в точке E , CD в точке K .

- а) Докажите, что отрезки AE и AK равны

16.2 В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписаны окружности так, что окружность с центром O_1 касается трех сторон AD , AB и BC , а окружность с центром O_2 касается трех сторон AD , CD и BC .

- а) Докажите, что прямая O_1O_2 параллельна основаниям

17.1. 15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
 - 1 числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - с 2 по 14 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - на 15 число каждого с 1 по 20 месяц долг должен уменьшаться на 50 тыс.руб.;
 - за двадцать первый месяц долг должен быть погашен полностью.
 Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 20-го месяца, если банку всего было выплачено 2073 тыс. рублей?

17.2. 15 января планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
 - 1 числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - с 2 по 14 число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - на 15 число каждого с 1 по 20 месяц долг должен уменьшаться на 40 тыс.руб.;
 - за двадцать первый месяц долг должен быть погашен полностью.
 Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 20-го месяца, если банку всего было выплачено 1820 тыс. рублей?

Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют каждому из уравнений. При всех значениях параметра укажите количество корней.

18.1.
$$\begin{cases} x^4 + y^2 = 2a - 7 \\ x^2 + y = |a - 3| \end{cases}$$

18.2.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4ax + 6x - (2a + 2)y + 5a^2 - 10a = -1 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

18.3.
$$\begin{cases} (x + ay + 3)(x + ay + 3a) = 0 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

$$13.1. 4\sin^3 x = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right), \left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$13.2. 2\cos^3 x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$$

$$13.3. 4\cos^3\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin x = 0, \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$13.4. 2\sin^3\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos x = 0, \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

14.1. В правильной пирамиде $SABC$ точки M и N — середины рёбер AB и BC соответственно. На боковом ребре SA отмечена точка K . Сечение пирамиды плоскостью MNK является четырёхугольником, диагонали которого пересекаются в точке Q .

а) Докажите, что точка Q лежит на высоте пирамиды.

б) Найдите QP , если $AB = SK = 6$ и $SA = 8$.

14.2. В правильной пирамиде $SABC$ точки M и N — середины рёбер AB и BC соответственно. На боковом ребре SA отмечена точка K . Сечение пирамиды плоскостью MNK является четырёхугольником, диагонали которого пересекаются в точке Q .

а) Докажите, что точка Q лежит на высоте пирамиды.

б) Найдите объём пирамиды $QMNB$, если $AB = 12$, $SA = 10$, $SK = 2$.

14.3. В правильной пирамиде $SABC$ точки M и N — середины рёбер AB и BC соответственно. На боковом ребре SA отмечена точка K . Сечение пирамиды плоскостью MNK является четырёхугольником, диагонали которого пересекаются в точке Q .

а) Докажите, что точка Q лежит на высоте пирамиды.

б) Найдите угол между плоскостями MNK и ABC , если $AB = 6$, $SA = 12$, $SK = 3$.

14.4. В правильной пирамиде $SABC$ точки M и N — середины рёбер AB и BC соответственно. На боковом ребре SA отмечена точка K . Сечение пирамиды плоскостью MNK является четырёхугольником, диагонали которого пересекаются в точке Q .

а) Докажите, что точка Q лежит на высоте пирамиды.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью MNK , если $AB = 12$, $SA = 15$, $SK = 6$.

$$15.1. \log_5(4-x) + \log_5 \frac{1}{x} \leq \log_5\left(\frac{1}{x} - x + 3\right).$$

$$15.2. \log_2(3-2x) + 2\log_2 \frac{1}{x} \leq \log_2\left(\frac{1}{x^2} - 2x + 2\right).$$

$$15.3. \log_7(3-x) + \log_7 \frac{1}{x} \geq \log_7\left(\frac{1}{x} - x + 2\right).$$

$$15.4. 2\log_3(1-2x) - \log_3\left(\frac{1}{x} - 2\right) \leq \log_3(4x^2 + 6x - 1).$$

16.1. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки AP и CQ соответственно.

а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, проходит через середину отрезка PQ .

б) Найдите длину отрезка прямой PQ , заключённого внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $AB = AC = BC = 3\sqrt{2}$, $CQ = AP = \sqrt{2}$.

16.2. Боковые стороны AB и AC равнобедренного треугольника ABC вдвое больше основания BC . На боковых сторонах AB и AC отложены отрезки AP и CQ соответственно, равные четверти этих сторон.

а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой PQ в отношении 1:3.

б) Найдите длину отрезка прямой PQ , заключённого внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $BC = 4\sqrt{19}$.

